

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Связь между основными тригонометрическими функциями

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha; \\ \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha;$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}; \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}; \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}};$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha; \quad \sin(\pi \pm \alpha) = \mp \sin \alpha;$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\cos \alpha; \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha;$$

$$\cos(\pi \pm \alpha) = -\cos \alpha; \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right) = \pm \sin \alpha.$$

Значения основных тригонометрических функций при некоторых значениях их аргумента:

α , радиан	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
α , градусов	0	30	45	60	90
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞

Тригонометрические функции суммы и разности двух аргументов

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

Суммы и разности тригонометрических функций

$$\begin{aligned}\sin\alpha + \sin\alpha &= 2 \sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}; & \sin\alpha - \sin\alpha &= 2 \sin\frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha + \beta}{2}; \\ \cos\alpha + \cos\alpha &= 2 \cos\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}; & \cos\alpha - \cos\alpha &= -2 \sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2}.\end{aligned}$$

Произведения тригонометрических функций

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)];$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)];$$

$$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta)];$$