

На главную

Эти задачи и контрольные вы всегда можете скачать с сайта
Задачи-Решени.RU - <http://www.zadachi-reshenie.ru>
Сайт «Задачи-решение» - это решение контрольных, решение задач по
физике, решение задач по математике.

Задачи для самостоятельного решения

Найдите частные решения уравнений:

1). $\frac{2dy}{y} = \frac{dx}{x}$, если $y = \sqrt{2}$ при $x = 1$

Решение: это уравнение с разделяющимися переменными

$$\int \frac{2dy}{y} = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow 2 \ln y = \ln x + \ln c, c > 0 \Rightarrow y^2 = cx$$

Используя, $y = \sqrt{2}$ при $x = 1$ находим c : $(\sqrt{2})^2 = c \cdot 1 \Rightarrow c = 2$

Частное решение $y^2 = 2x$

2). $x^3 dy - y^3 dx = 0$, если $y = 2$ при $x = 1$

Решение: это уравнение с разделяющимися переменными

$$x^3 dy - y^3 dx = 0 \Rightarrow \frac{dy}{y^3} = \frac{dx}{x^3} \Rightarrow \int \frac{dy}{y^3} = \int \frac{dx}{x^3} \Rightarrow -\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{2x^2} + c$$

Используя, $y = 2$ при $x = 1$ находим c : $-\frac{1}{2 \cdot 2^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} + c \Rightarrow c = \frac{3}{8}$

Частное решение $-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{2x^2} + \frac{3}{8}$

3). $x^2 dy - \frac{1}{2} y^3 dx = 0$, если $y = 1$ при $x = -1$

Решение: это уравнение с разделяющимися переменными

$$3)x^2 dy - \frac{1}{2} y^3 dx = 0 \Rightarrow \frac{dy}{y^3} = \frac{1}{2} \frac{dx}{x^2} \Rightarrow \int \frac{dy}{y^3} = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{x^2} \Rightarrow -\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{2x} + c$$

Используя, $y = 1$ при $x = -1$ находим c : $-\frac{1}{2 \cdot 1^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1} + c \Rightarrow c = 0$

Частное решение $-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{2x} \Rightarrow y^2 = x$

На главную

Эти задачи и контрольные вы всегда можете скачать с сайта

Задачи-Решени.RU - <http://www.zadachi-reshenie.ru>

Сайт «Задачи-решение» - это решение контрольных, решение задач по физике, решение задач по математике.

$$4). \frac{dy}{\sqrt{y}} + dx = \frac{dx}{x}, \text{ если } y = 1 \text{ при } x = 1$$

Решение: это уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{dy}{\sqrt{y}} + dx = \frac{dx}{x} \Rightarrow \frac{dy}{\sqrt{y}} = \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx \Rightarrow \int \frac{dy}{\sqrt{y}} = \int \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx \Rightarrow 2\sqrt{y} = x + \ln x + c$$

Используя, $y = 1$ при $x = 1$ находим c : $2\sqrt{1} = 1 + \ln 1 + c \Rightarrow c = 1$

Частное решение $2\sqrt{y} = x + \ln x + 1$

$$5)(y+1)dx + (x-1)dy = 0, \text{ если } y = 1 \text{ при } x = 0$$

Решение: это уравнение с разделяющимися переменными

$$(y+1)dx + (x-1)dy = 0 \Rightarrow \frac{dy}{(y+1)} = -\frac{dx}{(x-1)} \Rightarrow \int \frac{dy}{(y+1)} = -\int \frac{dx}{(x-1)} \Rightarrow \ln|y+1| = -\ln|x-1| + \ln c, c > 0$$

потенцируя

$$y+1 = \frac{c}{x-1}$$

Используя, $y = 1$ при $x = 0$ находим c : $1+1 = \frac{c}{0-1} \Rightarrow c = -2$

Частное решение $y+1 = -\frac{2}{x-1}$

$$6)(2x-1)dy + (y+1)dx = 0, \text{ если } y = 0 \text{ при } x = 5$$

Решение: это уравнение с разделяющимися переменными

$$(2x-1)dy + (y+1)dx = 0 \Rightarrow \frac{dy}{y+1} = \frac{dx}{2x-1} \Rightarrow \int \frac{dy}{y+1} = \int \frac{dx}{2x-1} \Rightarrow \ln|y+1| = \frac{1}{2} \cdot \ln|2x-1| + \ln c, c > 0$$

потенцируя

$$y = c\sqrt{2x-1}$$

Используя $y = 0$ при $x = 5$ находим c : $0 = c\sqrt{2 \cdot 5 - 1} \Rightarrow c = 0$

Частное решение $y = 0$

На главную

Эти задачи и контрольные вы всегда можете скачать с сайта

Задачи-Решени.RU - <http://www.zadachi-reshenie.ru>

Сайт «Задачи-решение» - это решение контрольных, решение задач по физике, решение задач по математике.

Найдите общие решения уравнений:

$$7) y'' - y' - 2y = 0$$

характеристическое уравнение

$$k^2 - k - 2 = 0$$

$$k_1 = -1$$

$$k_2 = 2$$

$$y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x}$$

$$9) y'' + 4y = 0$$

характеристическое уравнение

$$k^2 + 4 = 0$$

$$k_1 = 2i$$

$$k_2 = -2i$$

$$y = c_1 \cdot \cos(2x) + c_2 \sin(2x)$$

$$12) y'' - 2y' + y = 0$$

характеристическое уравнение

$$k^2 - 2k + 1 = 0$$

$$k_1 = 1 - \text{кратности } 2$$

$$y = (c_1 + c_2 x) e^x$$

$$13) y'' + 6y' + 9y = 0$$

характеристическое уравнение

$$k^2 + 6k + 9 = 0$$

$$k_1 = -3 - \text{кратности } 2$$

$$y = (c_1 + c_2 x) e^{-3x}$$

$$14) y'' + 6y' + 13y = 0$$

характеристическое уравнение

$$k^2 + 6k + 13 = 0$$

$$k_1 = -3 + 2i$$

$$k_2 = -3 - 2i$$

$$y = (c_1 \cdot \cos(2x) + c_2 \sin(2x)) e^{-3x}$$

На главную

Эти задачи и контрольные вы всегда можете скачать с сайта

Задачи-Решени.RU - <http://www.zadachi-reshenie.ru>

Сайт «Задачи-решение» - это решение контрольных, решение задач по физике, решение задач по математике.

8) $y'' - 4y = 0$

Получим характеристическое уравнение			
k^2		$-4 =$	0
дискриминант			
$D=$	16		
корни			
$k_1=$	-2		
$k_2=$	2		
Получим решение			
		$-2 x$	$2 x$
$y=$	$C_1 e$	$+ C_2 e$	

здесь «-2x» –это степень первой **e**

10) $y'' + 4y' = 0$

Получим характеристическое уравнение			
$k^2 +$	$4 k$	$=$	0
дискриминант			
$D=$	16		
корни			
$k_1=$	-4		
$k_2=$	0		
Получим решение			
		$-4 x$	
$y=$	$C_1 e$	$+ C_2$	

На главную

Эти задачи и контрольные вы всегда можете скачать с сайта

Задачи-Решени.RU - <http://www.zadachi-reshenie.ru>

Сайт «Задачи-решение» - это решение контрольных, решение задач по физике, решение задач по математике.

$$11) \frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} - 4x = 0$$

Получим характеристическое уравнение				
	k^2	+	$3k$	$-4 = 0$
дискриминант				
	$D =$		25	
корни				
$k_1 =$			-4	
$k_2 =$			1	
Получим решение				
		$-4x$		x
$y =$	$c_1 e$	+	$c_2 e$	

$$15) y'' - 2ay' + a^2 y = 0$$

характеристическое уравнение

$$k^2 - 2ak + a^2 = 0$$

$$k = a - \text{кратность} = 2$$

решение

$$y = (c_1 + c_2 x) e^{ax}$$

$$16) y'' + 23y' - 8y = 0$$

Получим характеристическое уравнение				
	$3k^2$	+	$23k$	$-8 = 0$
дискриминант				
	$D =$		625	
корни				
$k_1 =$			-8	
$k_2 =$			$1/3$	
Получим решение				
		$-8x$		$1/3x$
$y =$	$c_1 e$	+	$c_2 e$	

Найдите частные решения уравнений:

На главную

Эти задачи и контрольные вы всегда можете скачать с сайта

Задачи-Решени.RU - <http://www.zadachi-reshenie.ru>

Сайт «Задачи-решение» - это решение контрольных, решение задач по физике, решение задач по математике.

$$17) \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + 2y = 0, \text{ если } y = y' = 2 \text{ при } x = 0$$

характеристическое уравнение

$$k^2 + 2k + 2 = 0$$

$$k_1 = -1 + i$$

$$k_2 = -1 - i$$

$$y = (c_1 \cdot \cos x + c_2 \sin x)e^{-x}$$

находим y'

$$y' = (-c_1 \cdot \sin x + c_2 \cos x)e^{-x} - (c_1 \cdot \cos x + c_2 \sin x)e^{-x}$$

получим систему на c_1 и c_2

$$\begin{cases} 2 = c_1 + 0 \\ 2 = (0 + c_2) - (c_1 + 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 2 \\ c_2 = 4 \end{cases}$$

частное решение исходного

$$y = (2 \cos x + 4 \sin x)e^{-x}$$

$$18) y'' - 4y' + 4y = 0, \text{ если } y(0) = 3, y'(0) = 1$$

характеристическое уравнение

$$k^2 - 4k + 4 = 0$$

$$k_1 = 2 - \text{ кратности } 2$$

$$y = (c_1 + c_2 x)e^{2x}$$

находим y'

$$y' = (c_2)e^{2x} + 2(c_1 + c_2 x)e^{2x}$$

получим систему на c_1 и c_2

$$\begin{cases} 3 = c_1 + 0 \\ 1 = c_2 + 2(c_1 + 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 = -5 \end{cases}$$

частное решение исходного

$$y = (3 - 5x)e^{2x}$$

$$19) y'' + 4y' + 29y = 0, \text{ если } y(0) = 0, y'(0) = 15$$

характеристическое уравнение

$$k^2 + 4k + 29 = 0$$

$$k_1 = -2 - 5i$$

$$k_2 = -2 + 5i$$

$$y = (c_1 \cdot \cos 5x + c_2 \sin 5x)e^{-2x}$$

находим y'

$$y' = (-c_1 \cdot 5 \cdot \sin 5x + c_2 \cdot 5 \cdot \cos 5x)e^{-2x} - (c_1 \cdot \cos 5x + c_2 \sin 5x)e^{-2x}$$

получим систему на c_1 и c_2